



<b>Назва курсу</b>	Теорія випадкових процесів
<b>Викладач</b>	Фоменко В.Г., старший викладач, кандидат фізико-математичних наук
<b>Профайл викладача</b>	<a href="http://fim.mdpu.org.ua/fakultet-informatiki-matematiki-ta/kafedra-matematiki-i-fiziki/sklad-kafedrimatematiki-i-fiziki/fomenko-volodymyr-gennadijovych/">http://fim.mdpu.org.ua/fakultet-informatiki-matematiki-ta/kafedra-matematiki-i-fiziki/sklad-kafedrimatematiki-i-fiziki/fomenko-volodymyr-gennadijovych/</a>
<b>E-mail викладача</b>	fomenko.vladymyr@gmail.com
<b>Сторінка курсу в ЦОДТ МДПУ</b>	<a href="http://www.dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=170">http://www.dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=170</a>
<b>Консультації</b>	Очні консультації: щовівторка, з 12 <sup>30</sup> до 13 <sup>30</sup> , аудиторія № 65. Онлайн- консультації: через систему ЦОДТ МДПУ

## 1. Коротка анотація до курсу

У процесі розвитку теорії ймовірностей як науки можна умовно виділити три етапи: перший етап пов'язаний з поняттям випадкової події, другий – з поняттям випадкової величини, а третій – з поняттям випадкової функції. При цьому початок первого етапу відноситься до середини XVII ст., другого – до середини XIX ст. а третього – до 20-30 рр. ХХ століття.

Поняття випадкового процесу уведено в ХХ сторічі й пов'язане з іменами А.Н. Колмогорова (1903-1987), А.Я. Хінчина (1894-1959), Е.Е. Слуцького (1880-1948), Н. Вінера (1894-1965), а подальший розвиток отримало з відомими дослідниками, такими як А.В. Скороход (1930-2011), Й.І. Гіхман (1918-1985), Є.С. Вентцель (1908-2002).

**Теорією випадкових процесів** називається математична наука, яка вивчає закономірності випадкових явищ в динаміці їх розвитку.

**Випадковий процес** – важливе поняття сучасної теорії ймовірностей. Є певним узагальненням поняття випадкова величина, а саме – це випадкова величина, що змінюється з часом.

На практиці часто доводиться стикатися з системами, призначеними для багаторазового використання під час розв'язування однотипних задач. Процеси, які при цьому відбуваються, називають *процесами обслуговування*, а відповідні системи – *системами масового обслуговування* (СМО).

**Марковські випадкові процеси** є самими простими в теорії випадкових процесів й тому вони отримали найбільший розвиток. Розрізняють марковські випадкові процеси для дискретних неперервних і неперервно-дискретних випадкових величин.

Фактично теорія випадкових процесів займається вивченням випадкових величин, які

еволюціонують у часі.

**Пререквізити:** дисципліна «Теорія випадкових процесів» викладається на основі математичного та функціонального аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики.

**Постреквізити:** апарат цієї теорії використовується в ряді спеціальних курсів (в тому числі в математичному моделюванні).

## 2. Мета та завдання курсу

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни “Теорія випадкових процесів” є закономірності випадкових подій у динаміці, випадкові процеси і пов’язані з ними детерміновані диференціальні рівняння.

**Метою** викладання навчальної дисципліни “Теорія випадкових процесів” є ознайомлення та оволодіння основними математичними поняттями, теоретичними положеннями і методами сучасної теорії випадкових процесів, уміння будувати і досліджувати математичні моделі стохастичних за своєю природою фізичних явищ.

Основні цілі вивчення дисципліни “Теорія випадкових процесів”:

- освоєння фундаментальних понять теорії випадкових процесів;
- побудова математичної моделі, що допускає формальне визначення випадкового процесу, а також дослідження загальних властивостей цієї моделі;
- класифікація випадкових процесів (відшукання для різних класів випадкових процесів аналітичного апарату, що дає можливість обчислювати ймовірнісні характеристики випадкових процесів);
- вивчення різних перетворень випадкових процесів;
- вміння аналізувати інформацію про випадкові процеси і застосовувати на практиці фундаментальні знання, зокрема, імовірнісні та статистичні методи при постановці та розв’язанні професійних задач;
- підвищення загального рівня математичної культури та наукового світогляду, які необхідні майбутньому вчителю для глибокого розуміння цілей та завдань основ шкільного курсу математики, спеціальних факультативних курсів, для проведення наукових досліджень.

## 3. Формат курсу

**Очний** (offline) у вигляді лекційних, практичних занять та самостійної роботи.

**Змішаний** (blended) через систему Центру освітніх дистанційних технологій МДПУ імені Богдана Хмельницького.

## 4. Компетентності та результати навчання

**ЗК 1.** Здатність до абстрактного мислення, критичного аналізу та синтезу, оцінювання сучасних наукових досягнень, генерування нових ідей при вирішенні дослідницьких і практичних завдань.

**ЗК 4.** Здатність до нестандартного розв’язання задач, самостійності міркувань та умовиводів, навички інтелектуального пошуку, вміння виявляти та розв’язувати проблеми.

**ЗК 7.** Здатність до безперервного навчання.

**ФК 1.** Здатність аналізувати та математично моделювати різноманітні процеси і явища, досліджувати відповідні моделі та інтерпретувати одержані результати.

**ФК 3.** Здатність до розв'язання прикладних задач за допомогою розділів вищої математики.

**ФК 11.** Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.

**ФК 12.** Здатність обирати адекватні методи для ефективного вирішення конкретних науково-практичних задач у галузі математики і фізики.

**РН 1.** Знати і використовувати положення і категорії філософії для оцінювання та аналізу різних фактів і явищ, застосовувати наукові філософські принципи та закони, форми пізнання у професійній діяльності.

**РН 2.** Застосовувати спеціалізовані знання для розуміння наукової літератури за обраними предметними спеціальностями та готовати до опублікування статті за результатами проведених досліджень з математики, фізики або методики їх викладання.

**РН 7.** Будувати математичні моделі для розв'язання прикладних задач.

**РН-13.** Демонструвати та застосовувати знання з математики, фізики та методики їх викладання.

## 5. Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин <b>(4 кредити)</b>
Лекції	40 годин
Практичні заняття	20 годин
Самостійна робота	60 годин

## 6. Ознаки курсу:

Рік викладання	Семестр	Спеціальність	Курс	Нормативний\ вибірковий
2023-2024 н.р.	2	014.04 Середня освіта (Математика. Фізика)	1 курс магістр	вибірковий

## 7. Технічне та програмне забезпечення / обладнання

Підручники, посібники, довідники, методичні рекомендації до практичних занять. Технічне та мультимедійне обладнання. Забезпечення доступу здобувачів вищої освіти до Інтернет-ресурсів.

## 8. Політика курсу

Політика академічної поведінки та етики:

- Відвідування лекційних занять і опрацювання їх матеріалів.
- Виконання завдань практичних занять і опрацювання питань самостійної роботи.
- Виконання контрольно-модульних завдань.

## 9. Схема курсу

Тиждень\години	Тема і план заняття	Форма заняття	Література
<b>1 тиждень</b> <b>2 години</b>	<b>Модуль 1. Випадкові процеси. Теорія масового обслуговування.</b>  Тема 1. Поняття випадкового процесу та класифікація випадкових процесів. Основні поняття теорії випадкових процесів. Класифікація випадкових процесів.	Лекція	[1]: с. 465-473; [3]: с. 130-134.
<b>2 тиждень</b> <b>4 години</b>	<b>Тема 2. Закони розподілу та основні характеристики випадкових процесів.</b>  Одновимірні та двовимірні функції розподілу випадкового процесу. Густота розподілу. Характеристики випадкових процесів.	Лекція  Практичне заняття	[1]: с. 473-498; [3]: с. 134-144; [8]: с. 20-33.
<b>3 тиждень</b> <b>2 години</b>	<b>Тема 3. Предмет теорії масового обслуговування. Випадковий процес з рахунковою безліччю станів.</b>  Основні означення і поняття. Одно і багатоканальні системи обслуговування.	Лекція	[4]: с. 5-15; [2]: с. 515-519; [3]: с. 147-153; [5]: с. 328-337.
<b>4 тиждень</b> <b>4 години</b>	<b>Тема 4: Потік подій. Найпростіший потік і його властивості.</b>  Поняття потоку подій. Однорідні події. Регулярний потік подій. Властивості потоку подій. Найпростіший потік подій і його властивості. Основні характеристики показникового розподілу і його властивість.	Лекція  Практичне заняття	[3]: с. 153-162; [6]: с. 24-33.
<b>5 тиждень</b> <b>2 години</b>	<b>Тема 5. Нестаціонарний пуссонівський потік.</b> <b>Потік з обмеженою післядією (потік Пальма).</b>  Густота потоку. Закон розподілу проміжку часу між сусідніми подіями. Потік з обмеженою післядією. Приклади потоків Пальма. Теорема Пальма. Потік Ерланга.	Лекція	[3]: с. 162-170; [6]: с. 33-52.

<b>6 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 6. <b>Час обслуговування.</b> Фактори впливу на час обслуговування. Обґрунтування застосування показникового закону при розрахунку густини часу обслуговування.	Лекція Практичне заняття	[3]: с. 171-174; [5]: с. 344-346.
<b>7 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 7. <b>Показники ефективності СМО.</b> Основні показники СМО. Розрахунок показників ефективності одноканальної СМО з відмовами. Розрахунок показників ефективності багатоканальної СМО з відмовами. Розрахунок показників ефективності одноканальної СМО з обмеженою чергою. Розрахунок показників ефективності одноканальної СМО з необмеженою чергою.	Лекція	[3]: с. 174-184; [4]: с. 34-48; [9]: с. 86-88.
<b>8 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 8. <b>Границні теореми теорії потоків.</b> Границна теорема для сумарного потоку. Властивість стійкості до операції підсумовування. Границна теорема для рідіючих потоків.	Лекція Практичне заняття	[16]: с. 78-97; [6]: с. 49-52; [7]: с. 151-174.
<b>9 тиждень</b> <b>2 години</b>	<b>Підсумковий модульний контроль 1.</b>	Практичне заняття	
<b>10 тиждень</b> <b>4 години</b>	<b>Модуль 2. Ланцюгі Маркова.</b>  Тема 10. <b>Марковські випадкові процеси і ланцюги Маркова.</b> Означення марковського випадкового процесу. Означення ланцюга Маркова.	Лекція Практичне заняття	[11]: с. 7-14; [12]: с. 37-47; [14]: с. 167-177.
<b>11 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 11. <b>Марковські випадкові процеси і ланцюги Маркова. Граф станів.</b>  Ланцюг Маркова. Граф станів.	Лекція	[11]: с. 7-14; [12]: с. 37-47; [14]: с. 167-177.
<b>12 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 12. <b>Ланцюги Маркова з дискретним часом.</b> Ланцюги Маркова та їх основні характеристики. Класифікація станів і ланцюгів Маркова.	Лекція Практичне заняття	[3]: с. 187-205; [12]: с. 50-55.

<b>13 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 13. Основні характеристики ланцюгів Маркова. Властивості ланцюгів Маркова.	Лекція	[3]: с. 187-205; [12]: с. 50-55; [15]: с. 7-36
<b>14 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 14. Ланцюги Маркова з дискретними станами і неперервним часом. Ланцюги Маркова з дискретними станами і неперервним часом.	Лекція Практичне заняття	[3]: с. 205-217; [4]: с. 25-29; [13]: с. 49-65; [10]: с. 170-180.
<b>15 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 15. Рівняння Колмогорова для ймовірностей станів. Рівняння Колмогорова для ймовірностей станів. Правило складання рівнянь Колмогорова.	Лекція	[16]: с. 128-130; [15]: с. 49-53
<b>16 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 16. Рівняння Колмогорова для ймовірностей станів. Диференціальні рівняння для перехідних ймовірностей. Границні ймовірності станів.	Лекція Практичне заняття	[8]: с. 148-151; [10]: с. 178-180; [13]: с. 130-137.
<b>17 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 17. Процес загибелі-розмноження. Процес загибелі-розмноження. Формула Літтла.	Лекція	[13]: с. 136-141; [15]: с. 167-175; [12]: с. 216-225.
<b>18 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 18. Циклічні процеси. Циклічний процес. Фінальні ймовірності.	Лекція Практичне заняття	[15]: с. 187-194; [10]: с. 183-185.
<b>19 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 19. Основні класи випадкових процесів. Гауссовські випадкові процеси. Процеси з ортогональними і незалежними приростами.	Лекція	[17]: с. 105-117.
<b>20 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 20. Основні класи випадкових процесів. Вінеровський процес. Пуассонівський процес.  <b>Підсумковий модульний контроль 2.</b>	Лекція Практичне заняття	[17]: с. 105-117.

**Матеріали до занять:** презентації, відеоматеріали.

**Завдання на кожен тиждень:** опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до практичного заняття, виконати завдання для самостійної роботи відповідно до номеру теми:

<http://www.dfn. mdpu.org.ua/course/view.php?id=170>

## **10. Система оцінювання та вимоги**

Методи контролю результатів навчання: поточний контроль здійснюється у формі усних відповідей на практичних заняттях, білц-опитувань, презентацій, тестових завдань, виконання творчих завдань; розв'язування ситуаційних задач. Підсумковий контроль – у формі заліку.

Система оцінювання результатів навчальних досягнень здобувачів вищої освіти на ОП «Середня освіта. Математика. Фізика» базується на «Положенні про організацію освітнього процесу в Мелітопольському державному педагогічному університеті імені Богдана Хмельницького» (протокол від 20.09.2019 р. № 3) і «Положенні про бально-накопичувальну систему оцінювання навчальних досягнень» (від 28.11.2017 р., протокол №7), що затверджені Вченою радою МДПУ імені Богдана Хмельницького.

Контроль за видами діяльності здобувачів вищої освіти здійснюється шляхом поточного оцінювання знань (усні відповіді, тестові завдання, перевірка практичних завдань, самостійної роботи), періодичного тестового контролю або контрольних робіт за матеріалами кожного блоку. За результатами суми балів поточного оцінювання та двох періодичних контрольних робіт (ПКР) виставляється підсумкова оцінка за національною, 100-бальною шкалами і ECTS.

За семестр з курсу дисципліни проводяться два періодичні контролі (ПКР), результати яких є складовою результата контролю точок першої (КТ1) і другої (КТ2). Результати контрольної точки (КТ) є сумою поточного (ПК) і періодичного контролю (ПКР):  $KT = PK + PKR$ . Максимальна кількість балів за контрольну точку (КТ) складає **50 балів**. Максимальна кількість балів за періодичний контроль (ПКР) становить 60 % від максимальної кількості балів за контрольну точку (КТ), тобто **30 балів**. А 40 % балів, тобто решта балів контрольної точки, є бали за поточний контроль, а саме **20 балів**. Результати поточного контролю обчислюються як середньозважена оцінок ( $X_{CP}$ ) за діяльність студента на практичних (семінарських) заняттях, що входять в число певної контрольної точки. Для трансферу середньозваженої оцінки ( $X_{CP}$ ) в бали, що входять до 40 % балів контрольної точки (КТ), треба скористатися формулою:  $PK = (X_{CP}) * 20 / 5$ .

*Наприклад*, якщо за поточний контроль (ПК) видів діяльності студента на всіх заняттях  $X_{CP} = 4.1$  бали, які були до періодичного контролю (ПКР), то їх перерахування на 20 балів здійснюється так:  $PK = 4.1 * 20 / 5 = 4.1 * 4 = 16.4 // 16$  (балів). За періодичний контроль (ПКР) студентом отримано 30 балів. Тоді за контрольну точку (КТ) буде отримано  $KT = PK + PKR = 16 + 30 = 46$  (балів).

Студент має право на підвищення результату тільки одного періодичного контролю (ПКР) протягом двох тижнів після його складання у випадку отримання незадовільної оцінки.

**Критерії оцінювання: форма контролю – залік.**

Підсумковим контролем є залік, який виставляється за результатами суми балів поточного оцінювання та двох періодичних контрольних робіт (ПКР), коли студент набрав не менше 60 балів, за національною, 100-бальною шкалами і ECTS.

## 11. Критерії оцінювання знань і вмінь студентів

<b>Методи контролю результатів навчання</b>	<b>Максимальна кількість балів та вимоги до їх накопичення</b>
Поточний контроль (відповідь на практичному занятті)	<p style="text-align: center;"><b>5 балів</b></p> <p>5 балів – Розв'язання правильне, супроводжується необхідним повним поясненням і обґрунтуванням, може бути допущена арифметична помилка, яка є наслідком неуважності, і не демонструє незнання математичних законів.</p> <p>4 бала – Розв'язання супроводжується неповним поясненням, порушено логічно правильний ланцюг міркувань, але відповідь правильна.</p> <p>3 бала – Завдання розв'язане правильно, але пояснення неповне, пропущені логічні кроки, відсутня чітка відповідь</p> <p>2 бала – При розв'язанні зроблені помилкові теоретичні пояснення, наслідком яких є частковий розв'язок.</p> <p>1 бал – Розв'язання відсутнє, але наведено теоретичні пояснення, формули, необхідні для виконання завдання, є спроба застосування формул до розв'язання.</p>
Поточний контроль (реферат, есе, презентація)	<p style="text-align: center;"><b>В сумі 5 балів</b></p> <p>1 бал – Відповідність адекватна змісту обраній темі.</p> <p>1 бал – Логічна структурованість матеріалу, грунтовність, повнота і критичність аналізу літератури з теми реферата.</p> <p>1 бал – Успішність виконання завдання, глибина аналізу зібраного фактичного матеріалу.</p> <p>1 бал – Літературне, технічне й естетичне оформлення роботи.</p> <p>1 бал – Публічний захист роботи.</p>
Поточний контроль (самостійні контрольні роботи)	<b>5 балів</b>
Розподіл балів, як за відповідь на практичному занятті.	
Поточний контроль (підсумкове тестування)	<b>5 балів</b>
0,5 бала за кожну правильну відповідь на кожне з 10 тестових завдань.	
Періодичний контроль (ПКР)	<b>30 балів</b>
5 балів за кожне з 6 завдань (розподіл балів за кожне завдання, як за відповідь на практичному занятті).	
Підсумковий контроль (залик)	<b>100 балів</b>

## 12. Шкала оцінювання: національна та ECTS

<b>Оцінка за школою ECTS</b>	<b>Оцінка за бальною школою</b>	<b>Оцінка за національною школою</b>	
A	90-100	відмінно	Студент виявляє всебічні, системні й глибокі знання навчального матеріалу, здатний використовувати набуті знання та вміння для прийняття рішень у нестандартних ситуаціях, висловлює власні думки, самостійно оцінює різноманітні життєві явища й факти. Мова логічно обґрунтована і граматично правильна.
B	82-89	добре	Студент виявляє вміння самостійно та аргументовано викладати матеріал, аналізувати явища й факти, робити самостійні узагальнення та висновки, правильно виконує навчальні завдання, виправляє допущені помилки, кількість яких незначна. Відповіді досить повні, логічні, з елементами самостійності, але містять деякі неточності.
C	74-81		
D	64-73	задовільно	Студент виявляє наявність знань лише основного матеріалу, відповідає по суті питання і в загальній формі розбирається у матеріалі, але відповідь не повна, нечітка, містить неточності, дає недостатньо правильні формулювання, порушує послідовність викладу матеріалу, відчуває труднощі, застосовуючи знання при розв'язанні практичних задач.
E	60-63		
FX	0-59	нездовільно з можливістю повторного складання	Студент не знає значної частини матеріалу курсу, допускає суттєві помилки при висвітленні основних питань, при формулюванні понять, на додаткові питання відповідає не по суті, не може провести зв'язок між теоретичним матеріалом і сучасною дійсністю, не може правильно розв'язати конкретну задачу, зорієнтуватись в конкретній ситуації, робить велику кількість помилок в усній відповіді.

## 13. Рекомендована література

### Основна

1. Бобик, О.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Підручник / Київ: Вид-во "Професіонал", 2007. – 560 с.
2. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / М.: Наука, 1964. – 576 с.
3. Рубцов М.О. Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика: навч. посіб. / Мелітополь: МДПУ, 2016. – 478 с.
4. Солнышкина И.В. Теория систем массового обслуживания / Комсомольск-на-Амуре:

КнАГТУ, 2015. – 76 с.

5. Катренко А.В. Дослідження операцій. / Львів: "Магнолія Плюс", 2004. – 549 с.
6. Карташевский В.Г. Основы теории массового обслуживания. / М.: Горячая линия-Телеком, 2013. – 130 с.
7. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. / М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966. – 432 с.
8. Сеньо П.С. Випадкові процеси: / Львів: Компакт-ЛВ, 2006. – 288 с.
9. Самойленко, М.І. Дослідження операцій (Математичне програмування. Теорія масового обслуговування. / Харків: ХНАМГ, 2005. – 176 с.
10. Волков, И.К. Случайные процессы. / М: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с.
11. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: «Сов. радио», 1977. – 488 с.
12. Карлин С. Основы теории случайных процессов. / М.: «Мир», 1971. – 536 с.
13. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. / М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 208 с.
14. Маталыцкий М.А. Элементы теории случайных процессов. / Гродно: Изд-во ГрГУ, 2004. – 326 с.
15. Лабскер Л.Г. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области. / М.: «Альпина Паблишер», 2002. – 224 с.
16. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и её инженерные приложения. / М.: КНОРУС, 2013. – 448 с.
17. Галажинская О.Н., Моисеева С.П. Теория случайных процессов. Ч. 1. / Томск: Изд-во ТГУ, 2015..– 128 с.

#### . Додаткова

18. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів./ Київ: «Либідь», 1990. – 168 с.
19. Кошуняєва Н.В., Патронова Н.Н. Теория массового обслуживания (практикум по решению задач). / Архангельск: Изд-во САФУ, 2013. – 107 с.
20. Вентцель, Е.С., Прикладные задачи теории вероятностей. / М.: «Радио и связь», 1983. – 416 с.
21. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. / М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2010. – 551 с.
22. М.І. Несвіт, Є.В. Поклонський. Випадкові процеси. / Харків: ХНУБА, 2013. – 51 с.
23. Портенко Н.И, Скороход А.В., Шуренков В.М. Марковские процессы. // Итоги науки и техн. Соврем. пробл. Матем. / ВИНТИ, 1989. – 248 с.
24. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. /М.: Физматлит, 2005. – 408 с.

#### **14. Інформаційні ресурси на сайті ЦОДТ**

1. робоча програма;
2. методичні вказівки до практичних занять і самостійної роботи;
3. електронні версії підручників, навчальних посібників, тексти лекцій;
4. електронні версії практикумів, збірників задач і вправ:

<http://www.dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=170>