



Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького  
Факультет інформатики, математики та економіки  
Кафедра математики і фізики



<b>Назва курсу</b>	Функціональний аналіз
<b>Викладач</b>	Фоменко В.Г., старший викладач, кандидат фізико-математичних наук
<b>Профайл викладача</b>	<a href="http://fim.mdpu.org.ua/fakultet-informatiki-matematiki-ta/kafedra-matematiki-i-fiziki/sklad-kafedrimatematiki-i-fiziki/fomenko-volodymyr-gennadijovych/">http://fim.mdpu.org.ua/fakultet-informatiki-matematiki-ta/kafedra-matematiki-i-fiziki/sklad-kafedrimatematiki-i-fiziki/fomenko-volodymyr-gennadijovych/</a>
<b>Е-mail викладача</b>	fomenko.vladymyr@gmail.com
<b>Сторінка курсу в ЦОДТ МДПУ</b>	<a href="https://dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=4257">https://dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=4257</a>
<b>Консультації</b>	<i>Очні консультації: щовівторка, з 12<sup>30</sup> до 13<sup>30</sup>, аудиторія № 65. Онлайн-консультації: через систему ЦОДТ МДПУ імені Богдана Хмельницького</i>

## 1. Коротка анотація до курсу

Курс знайомить з основами поняттями, які складають фундамент сучасної математики - основами функціонального аналізу. Розглянути основні поняття теорії множин, теорії відображень, метричних, евклідових та нормованих просторів. Функціональний аналіз є не тільки важливим розділом математики, але і її мовою, яка стала також і мовою сучасної теоретичної фізики.

**Для оволодіння дисципліною необхідно пройти курси:**

- лінійна алгебра;
- аналітична геометрія;
- математичний аналіз.

**Після закінчення курсу студент набуває навиків:**

- застосовувати основні поняття і теореми в рамках курсу;
- вміти обчислювати основні характеристики об'єктів, які з'являються в рамках функціонального аналізу;
- вміти застосовувати функціональний аналіз к задачам сучасної математики.

**Мета курсу** – створення основи теоретичної підготовки бакалаврів для оволодіння фундаментальними математичними і фізичними законами і формування сучасного наукового світогляду; показати красу і єдність математики, фундаментом якої є функціональний аналіз.

**Цілі курсу** – ознайомити студентів з основними поняттями функціонального аналізу та навчити практичному використанню методів функціонального аналізу для розв'язування різноманітних математичних задач.

## 2. Формат курсу

**Очний (offline)** у вигляді лекційних, практичних занять та самостійної роботи.

**Змішаний (blended)** через систему Центру освітніх дистанційних технологій МДПУ імені Богдана Хмельницького

### 3. Компетентності та результати навчання

**ЗК-1.** Здатність до абстрактного мислення, критичного аналізу та синтезу, оцінювання сучасних наукових досягнень, генерування нових ідей при вирішенні дослідницьких і практичних завдань.

**ЗК-5.** Здатність до нестандартного розв'язання задач, самостійності міркувань та умовиводів, навички інтелектуального пошуку, вміння виявляти та розв'язувати проблеми.

**ФК-1.** Здатність аналізувати та математично моделювати різноманітні процеси і явища, досліджувати відповідні моделі та інтерпретувати одержані результати.

**ФК-3.** Здатність до розв'язання прикладних задач за допомогою розділів вищої математики.

**ФК-11.** Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.

**ФК-12.** Здатність обирати адекватні методи для ефективного вирішення конкретних науково-практичних задач у галузі математики і фізики.

**РН-3.** Застосовувати спеціалізовані знання для розуміння наукової літератури за обраними предметними спеціальностями та готувати до опублікування статті за результатами проведених досліджень з математики, фізики або методики їх викладання.

**РН-8.** Будувати математичні моделі для розв'язання прикладних задач.

**РН1-4.** Демонструвати та застосовувати знання з математики, фізики та методики їх викладання.

### 4. Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин (4 кредити)
Лекції	30 годин
Практичні заняття	14 годин
Самостійна робота	76 годин

## 5. Ознаки курсу

Рік викладання	Семестр	Спеціальність	Курс	Нормативний\вибірковий
2024-2025 н.р.	5, 7	014.04 Середня освіта (Математика)	3, 4 курс бакалавр	вибірковий

## 6. Технічне й програмне забезпечення / обладнання

Технічне та мультимедійне обладнання, підручники, посібники, довідники, методичні рекомендації до семінарських завдань. Забезпечення доступу здобувачів вищої освіти до Інтернет-ресурсів.

## 7. Політика курсу

Політика академічної поведінки та етики:

- Відвідування лекційних занять і опрацювання їх матеріалів.
- Виконання завдань практичних занять і опрацювання питань самостійної роботи.
- Виконання контрольних-модульних завдань.



4 тиждень 4 години	<p><b>Тема 6. Бієкція.</b> Бієкція (взаємно-однозначне відображення). Еквівалентність множин. Приклади еквівалентних множин. Потужність множин.</p> <p><b>Тема 7. Обернене відображення.</b> Обернене відображення і обернена функція. Розв'язання рівняння <math>f(x) = y</math>.</p>	Лекція  Практичне заняття	1-4
5 тиждень 2 години	<p><b>Тема 8. Лічильні множини.</b> Лічильні множини. Приклади лічильних множин. Задача про нескінченний отель. Лічильність множини раціональних чисел.</p>	Лекція	1-4
6 тиждень 4 години	<p><b>Тема 10. Незлічильні множини.</b> Незлічильні множини. Незлічильність множини дійсних чисел. Кардинальні числа. Континуум-гіпотеза.</p> <p><b>Підсумковий модульний контроль 1.</b></p>	Лекція  Практичне заняття	1-4
7 тиждень 2 години	<p><b>Модуль 2. Основні поняття теорії метричних і евклідових просторів.</b></p> <p><b>Тема 11. Числові послідовності. Збіжність числових послідовностей.</b> Означення і способи задання числових послідовностей. Обмежені числові послідовності. Монотонно-зростаючі (спадаючі) числові послідовності. Означення границі числової послідовності.</p>	Лекція	3, 4
8 тиждень 4 години	<p><b>Тема 12. Властивості збіжних послідовностей.</b> Властивості границі числової послідовності. Єдність границі числової послідовності. Обмеженість збіжної послідовності. Підпослідовність і її властивості.</p>	Лекція	3, 4

	Тема 13. <b>Методи обчислення границь числових послідовностей.</b> Граничний перехід у нерівностях. Приклади обчислення границь числових послідовностей.	Практичне заняття	4
<b>9 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 14. <b>Теорема Коші про існування границі числової послідовності.</b> Критерій Коші існування границі числової послідовності. Достатня умова існування границі числової послідовності. Число $e$ . Число $\pi$ .	Лекція	4
<b>10 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 15. <b>Метричні простори.</b> Метрика (відстань) на множині. Метричні простори. Приклади метричних просторів.  Тема 16. <b>Збіжність у метричних просторах.</b> Замкнуті та відкриті підмножини метричних просторів. Компактність.	Лекція  Практичне заняття	1, 2, 3, 5, 7-11  6, 12
<b>11 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 17. <b>Повні метричні простори.</b> Фундаментальна послідовність (послідовність Коші). Критерій Коші для числових послідовностей. Повні метричні простори.	Лекція	1, 2, 3, 5, 7-11
<b>12 тиждень</b> <b>4 години</b>	Тема 18. <b>Евклідові простори.</b> Скалярний добуток та його властивості. Ортогональність. Означення евклідового простору. Нерівність Коші-Буняковського.  Тема 19. <b>Приклади евклідових просторів.</b> Евклідови простори $\mathbb{R}^n$ , $l_2$ та $L_2$ .	Лекція  Практичне заняття	1, 2, 3, 5, 7-11  6, 12
<b>13 тиждень</b> <b>2 години</b>	Тема 20. <b>Нормовані простори.</b> Норма та її властивості. Означення нормованого простору. Теорема Піфагора в нормованих просторах.	Лекція	1, 2, 3, 5, 7-11

<b>14 тиждень</b>	Тема 21. <b>Нормовані простори.</b> Збіжність у нормованих просторах. Приклади нормованих просторів.	Лекція	1, 2, 3, 5, 7-11
<b>4 години</b>	<b>Підсумковий модульний контроль 2.</b>	Практичне заняття	

**Матеріали до занять:** презентації, відеоматеріали.

**Завдання на кожен тиждень:** опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до практичного заняття, виконати завдання для самостійної роботи відповідно до номеру теми:

<https://dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=4257>

## 9. Система оцінювання та вимоги

Методи контролю результатів навчання: поточний контроль здійснюється у формі усних відповідей на семінарських заняттях; виконання тестових та творчих завдань; розв'язування ситуаційних задач. Підсумковий контроль – у формі заліку.

Система оцінювання результатів навчальних досягнень здобувачів вищої освіти на ОП Середня освіта (Математика) базується на «Положенні про організацію освітнього процесу в Мелітопольському державному педагогічному університеті імені Богдана Хмельницького» (протокол від 20.09.2019 р. № 3) і «Положенні про бально-накопичувальну систему оцінювання навчальних досягнень» (від 28.11.2017 р., протокол №7), що затверджені Вченою радою МДПУ імені Богдана Хмельницького.

Контроль за видами діяльності здобувачів вищої освіти здійснюється шляхом поточного оцінювання знань (усні відповіді, тестові завдання, перевірка практичних завдань, самостійної роботи), періодичним контролем по тестах або контрольних робіт за матеріалами двох блоків. За результатами суми балів поточного оцінювання та двох періодичних контрольних робіт (ПКР) виставляється підсумкова оцінка за національною, 100-бальною шкалами і ECTS.

За семестр з курсу дисципліни проводяться два періодичних контролю (ПКР), результати яких є складовою результатів контрольних точок першої (КТ1) і другої (КТ2). Результати контрольної точки (КТ) є сумою поточного (ПК) і періодичного контролю (ПКР):  $КТ = ПК + ПКР$ . Максимальна кількість балів за контрольну точку (КТ) складає **50 балів**. Максимальна кількість балів за періодичний контроль (ПКР) становить 60 % від максимальної кількості балів за контрольну точку (КТ), тобто **30 балів**. А 40 % балів, тобто решта балів контрольної точки, є бали за поточний контроль, а саме **20 балів**. Результати поточного контролю обчислюються як середньозважена оцінок ( $X_{ср}$ ) за діяльність студента на практичних (семінарських) заняттях, що входять в число певної контрольної точки. Для трансферу середньозваженої оцінки ( $X_{ср}$ ) в бали, що входять до 40 % балів контрольної точки (КТ), треба скористатися формулою:  $ПК = (X_{ср}) * 20 / 5$ . Таким чином, якщо за поточний контроль (ПК) видів



діяльності студента на всіх заняттях  $X_{\text{ср}} = 4.1$  бали, які були до періодичного контролю (ПКР), то їх перерахування на 20 балів здійснюється так:  $\text{ПК} = 4.1 * 20 / 5 = 4.1 * 4 = 16.4 // 16$  (балів). За періодичний контроль (ПКР) студентом отримано 30 балів. Тоді за контрольну точку (КТ) буде отримано  $\text{КТ} = \text{ПК} + \text{ПКР} = 16 + 30 = 46$  (балів).

Студент має право на підвищення результату тільки одного періодичного контролю (ПКР) протягом двох тижнів після його складання у випадку отримання незадовільної оцінки.

### Критерії оцінювання: форма контролю – залік.

Підсумковим контролем є залік, який виставляється за результатами суми балів поточного оцінювання та двох періодичних контрольних робіт (ПКР), коли студент набрав не менше 60 балів, за національною, 100-бальною шкалами і ECTS.

## 10. Критерії оцінювання знань і вмінь студентів

Методи контролю результатів навчання	Максимальна кількість балів та вимоги до їх накопичення
Усна відповідь на практичному занятті	1-2 бали – за відповідь з принциповими помилками, що свідчать про нерозуміння студентом сутності питання; 3 бали – за відповідь з помітними помилками, вадами засвоєння, але такими, що не перешкоджають подальшому навчанню; 4 – за відповідь із незначними помилками; 5 – за повну відповідь, логічно виважену, правильну за змістом.
Індивідуальне опитування, доповіді	1-2 бали – за доповідь, що не розкриває змісту теми і містить суттєві помилки; 3 бали – за доповідь, що частково розкриває зміст теми з помітними помилками, але такими, що не перешкоджають усвідомленню суті питання; 4-5 балів – за достатньо повне розкриття змісту теми.
Компетентісно-орієнтовані завдання	1-2 бали – за виконання завдань із суттєвими помилками; 3 бали – за виконання завдань з помітними помилками, але такими, що не перешкоджають усвідомленню суті питання; 4 бали – за достатньо повне виконання завдань із незначними помилками; 5 балів – за повне виконання завдань без помилок.

### 11. Шкала оцінювання: національна та ECTS

Оцінка за шкалою ECTS	Оцінка за бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою	
A	90-100	відмінно	Студент виявляє всебічні, системні й глибокі знання навчального матеріалу, здатний використовувати набуті знання та вміння для прийняття рішень у нестандартних ситуаціях. Мова логічно обґрунтована і граматично правильна.
B	82-89	добре	Студент виявляє вміння самостійно та аргументовано викладати матеріал, аналізувати, робити самостійні узагальнення та висновки, правильно виконує навчальні завдання, виправляє допущені помилки, кількість яких незначна. Відповіді досить повні, логічні, з елементами самостійності, але містять деякі неточності.
C	74-81		
D	64-73	задовільно	Студент виявляє наявність знань лише основного матеріалу, відповідає по суті питання і в загальній формі розбирається у матеріалі, але відповідь не повна, нечітка, містить неточності, дає недостатньо правильні формулювання, порушує послідовність викладу матеріалу, відчуває труднощі, застосовуючи знання при розв'язанні практичних задач.
E	60-63		

FX	0-59	незадовільно з можливістю повторного складання	Студент відповідає не по суті, не може правильно розв'язати конкретну задачу, робить велику кількість помилок в усній відповіді.
----	------	------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 12. Рекомендована література

### Основна

1. Колмогоров А.Н., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. / М.: Наука, 1981. - 542 с.
2. Вуліх Б.З. Введення у функціональний аналіз. / М.: Наука, 1967. - 416 с.
3. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз / Львів: Вид. Чижиков І. Е., 2014. - 559 с.
4. Зоріч В.А. Математичний аналіз. Частина I. / М: МЦНМО, 2002. - 794 с.
5. Банах С. Курс функціонального аналізу. / Київ.: Рад. школа, 1948. - 216 с.
6. Городецький В.В., Нагнібіда Н.І., Настасієв П.П. Методи розв'язання задач з функціонального аналізу./ Київ: Вища шк, 1990.- 479 с.

### Додаткова

7. Люстернік Л.А., Соболев В.И. Короткий курс функціонального аналізу. / М.: Вища школа, 1982. - 272 с.
8. Рудін У. Функціональний аналіз. / М.: Меркурій, 2000. - 442 с.
9. Рісс Ф., Секефальві-Надь Б. Лекції по функціональному аналізу. / М.: Світ, 1979. - 592 с.
10. Канторович Л.В., Акілов Г.П. Функціональний аналіз. / М.: Наука, 1984. - 750 с.
11. В. Хатсон, Дж. Пім. Додатки функціонального аналізу та теорії операторів. / М.: Світ, 1983. - 432 с.
12. Кириллов А.А., Гвішіані А.Д. Теореми і задачі функціонального аналізу. / М.: Наука, 1979. - 382 с.

## 13. Інформаційні ресурси на сайті ЦОДТ

1. робоча програма;
2. методичні вказівки до практичних занять і самостійної роботи;
3. електронні версії підручників, навчальних посібників, тексти лекцій;
4. електронні версії практикумів, збірників задач і вправ:

<https://dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=4257>