

**МЕЛІТОПОЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО**

Факультет інформатики, математики та економіки  
Кафедра математики і фізики

ЗАТВЕРДЖЕНО НА ЗАСІДАННІ КАФЕДРИ  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_  
(протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ 2021 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ОК-12 Математичний аналіз**

(повна назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти **бакалавр**

(перший (бакалаврський))

Галузь знань **01 Освіта/Педагогіка**

(шифр і назва галузі)

Спеціальність **014.04 Середня освіта (Математика)**

(шифр і назва спеціальності)

Освітня програма **Середня освіта (Математика)**

**Мелітополь, 2022**

Розробники: (вказати авторів, їхні посади, наукові ступені та вчені звання)

Рубцов М.О., к.т.н., доцент, доцент кафедри математики і фізики

Бурцева О.Г., к.п.н., старший викладач кафедри математики і фізики

ПОГОДЖЕНО:

Гарант освітньої програми

Бельчев Павло Васильович

(ПІБ)

\_\_\_\_\_  
(підпис)

### 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Рівень вищої освіти галузь знань, спеціальність, спеціалізація	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 7	<p>Рівень вищої освіти: <b>перший</b> (бакалаврський)</p> <p>Галузь знань: <b>01 Освіта/Педагогіка</b></p> <p>Спеціальність: <b>014.04 Середня освіта (Математика)</b></p> <p>Освітньо-професійна програма: <b>Середня освіта (Математика)</b></p>	Нормативна	
Блоків – 2 Утому числі: курслова робота – навчальна практика –		<b>Рік підготовки:</b>	
		2-й	2-й
		<b>Семестр</b>	
Загальна кількість годин – 210		4-й	4-й
		<b>Лекції</b>	
		40 год.	6 год.
		<b>Практичні, семінарські</b>	
		60 год.	6 год.
		<b>Лабораторні</b>	
		год.	год.
		<b>Навчальна практика</b>	
		год.	год.
		<b>Самостійна робота</b>	
	110 год.	198 год.	
	Вид контролю: залік		

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Місце дисципліни** у освітній програмі: є нормативною з циклу дисциплін професійної підготовки.

**Мета** – опанування студентами основ математичного аналізу та застосування основних його методів при розв'язанні прикладних задач, дослідженнях.

**3. Перелік компетентностей, які набуваються під час опанування дисципліною:**

<b>ЗК 1.</b>	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
<b>ЗК 3.</b>	Здатність застосовувати знання на практиці.
<b>ЗК 15.</b>	Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
<b>ФК 1.</b>	Здатність аналізувати математичну задачу, розглядати різні способи її розв'язання та демонструвати логічність у математичних міркуваннях.
<b>ФК 3.</b>	Здатність використовувати системні знання з математичних дисциплін, педагогіки, історії їх виникнення та розвитку.
<b>ФК 5.</b>	Здатність створювати математичну модель реального об'єкта, процесу, явища, аналізувати та досліджувати її, зокрема, з використанням засобів комп'ютерної техніки.
<b>ФК 6.</b>	Здатність сформулювати проблему в математичній і символічній формі, щоб полегшити її аналіз та розв'язання; здатність обирати та використовувати алгоритми, методи, прийоми та способи розв'язування математичних задач.
<b>ФК 8.</b>	Здатність розв'язувати прикладні задачі методами математичного, функціонального та комплексного аналізу, алгебраїчними та геометричними методами.

## 4. Програмні результати навчання

<b>ПРН 1.</b>	Відтворювати базові знання фундаментальних розділів математики, фізики, використовувати математичні методи в професійній діяльності.
<b>ПРН 5.</b>	Розв'язувати задачі різних рівнів складності з основних розділів вищої математики та шкільного курсу математики.
<b>ПРН 10.</b>	Виокремлювати компоненти професійної (педагогічної або математичної) задачі, пояснювати їх взаємозв'язки та розробляти, пропонувати різні шляхи розв'язування задачі.
<b>ПРН 18.</b>	Формулювати задачі математично та символічно, щоб полегшити їх аналіз та розв'язання.

## 5. Критерії оцінювання

Методи контролю результатів навчання	Максимальна кількість балів та вимоги до їх накопичення
<b>Поточний контроль (відповідь на практичному занятті)</b>	<p style="text-align: center;"><b>5 балів</b></p> <p><i>5 балів</i> – Розв’язання правильне, супроводжується необхідним повним поясненням і обґрунтуванням, може бути допущена арифметична помилка, яка є наслідком неуважності, і не демонструє незнання математичних законів</p> <p><i>4 бала</i> – Розв’язання супроводжується неповним поясненням, порушено логічно правильний ланцюг міркувань, але відповідь правильна</p> <p><i>3 бала</i> – Завдання розв’язане правильно, але пояснення неповне, пропущені логічні кроки, відсутня чітка відповідь</p> <p><i>2 бала</i> – При розв’язанні зроблені помилкові теоретичні пояснення, наслідком яких є частковий розв’язок</p> <p><i>1 бал</i> – Розв’язання відсутнє, але наведено теоретичні пояснення, формули, необхідні для виконання завдання, є спроба застосування формул до розв’язання</p>
<b>Поточний контроль (реферат, есе, презентація)</b>	<p style="text-align: center;"><b>В сумі 5 балів</b></p> <p><i>1 бал</i> – Відповідність змісту обраній темі</p> <p><i>1 бал</i> – Логічна структурованість матеріалу, ґрунтовність, повнота і критичність аналізу літератури з теми реферату</p> <p><i>1 бал</i> – Успішність виконання завдання, глибина аналізу зібраного фактичного матеріалу</p> <p><i>1 бал</i> – Літературне, технічне й естетичне оформлення роботи</p> <p><i>1 бал</i> – Публічний захист роботи</p>
<b>Поточний контроль (самостійні контрольні роботи)</b>	<p style="text-align: center;"><b>5 балів</b></p> <p>Розподіл балів, як за відповідь на практичному занятті</p>
<b>Поточний контроль (підсумкове тестування)</b>	<p style="text-align: center;"><b>5 балів</b></p> <p>0,5 бала за кожну правильну відповідь на кожне з 10 тестових завдань</p>
<b>Періодичний контроль (ПКР)</b>	<p style="text-align: center;"><b>30 балів</b></p> <p>5 балів за кожне з 6 завдань (розподіл балів за кожне завдання, як за відповідь на практичному занятті)</p>
<b>Підсумковий контроль (залік)</b>	<p><b>100 балів.</b></p> <p>Підсумковим контролем є залік, який виставляється за результатами суми балів поточного оцінювання та двох періодичних контрольних робіт (ПКР), коли студент набрав не менше 60 балів, за національною, 100-бальною шкалами і ECTS.</p>

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
82-89	<b>B</b>	добре	
74-81	<b>C</b>		
64-73	<b>D</b>	задовільно	
60-63	<b>E</b>		
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### 6. Засоби оцінювання

- заліки;
- екзамени;
- комплексні іспити;
- стандартизовані тести;
- аналітичні звіти, реферати, есе;
- розрахункові та розрахунково-графічні роботи;
- презентації результатів виконаних завдань та досліджень;
- студентські презентації та виступи на наукових заходах;

### 7. Програма навчальної дисципліни

#### Блок 1. Вступ до математичного аналізу

### 8. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Блок 1. Функції багатьох змінних</b>												
<b>Тема 1. Функції багатьох змінних. Область визначення</b>	16	4	2			10	26	2	0			24

лінії і поверхні рівня. Поверхні 2-го порядку												
<b>Тема 2-3.</b> Похідна складної функції. Повний диференціал. Похідна від функції заданої неявно. Екстремум функції декількох змінних	36	6	16			14	34	2	2			30
<b>Тема 4.</b> Елементи теорії поля	30	6	8			16	32	0	0			32
Разом за змістовим модулем 1	82	16	26			40	92	4	2			86
<b>Блок 2. Числові та функціональні ряди</b>												
<b>Тема 5.</b> Числові ряди. Поняття збіжності ряду. Необхідні умови збіжності. Достатні ознаки збіжності: ознаки порівняння і Д'Аламбера	22	4	6			12	23	0	1			22
<b>Тема 6.</b> Радикальна ознака Коші збіжності числового ряду. Інтегральна ознака збіжності. Знакопопережні ряди. Ознака Лейбніца. Ознака залишку ряду	24	6	6			12	27	0	1			26
<b>Тема 7.</b> Функціональні ряди. Степеневі ряди. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Мажорантні ряди. Властивості рівномірно збіжних рядів	28	6	8			14	24	0	0			24
<b>Тема 8-9.</b> Ряди Тейлора й Маклорена. Розкладання елементарних функцій у	24	4	6			14	18	2	0			16

степеневі ряди												
<b>Тема 10.</b> Застосування степеневих рядів до наближених обчислень	30	4	8			18	26	0	2			24
Разом за змістовим модулем 2	128	24	34			70	118	2	4			112
<b>Разом за модулем</b>	<b>210</b>	<b>40</b>	<b>60</b>			<b>110</b>	<b>210</b>	<b>6</b>	<b>6</b>			<b>198</b>

### 9. Теми лекцій

№ з/п	Назва теми лекції та питання, що вивчаються	Кількість годин
1	<b>Функції багатьох змінних. Область визначення лінії і поверхні рівня. Поверхні 2-го порядку. Означення функції двох змінних. Область визначення. Зразки знаходження області визначення. Поверхні другого порядку. Неперервність функції двох змінних. Частинні похідні першого порядку. Повний диференціал. Частинні похідні вищих порядків.</b>	4
2	<b>Похідна складної функції. Повний диференціал. Похідна від функції заданої неявно. Екстремум функції декількох змінних. Частинні похідні складних функцій та повний диференціал. Похідні неявних функцій двох змінних. Екстремум функції двох змінних. Необхідна умова існування екстремуму. Достатня умова існування екстремуму. Алгоритм знаходження екстремуму функції двох змінних. Алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значення функції двох змінних в замкненій області.</b>	6
3	<b>Елементи теорії поля. Скалярні і векторні поля. Похідна за напрямом. Градієнт скалярного поля і його властивості. Дивергенція та ротор. Потенціальне і соленоїдальне поля.</b>	6
4	<b>Числові ряди. Поняття збіжності ряду. Необхідні умови збіжності. Достатні ознаки збіжності: ознаки порівняння і Д'Аламбера. Числові ряди. Поняття збіжності ряду. Необхідні умови збіжності. Необхідна ознака збіжності. Достатні ознаки збіжності: ознаки порівняння. Ознака Д'Аламбера.</b>	4
5	<b>Радикальна ознака Коші збіжності числового ряду. Інтегральна ознака збіжності. Знакопочережні ряди. Ознака Лейбніца. Ознака залишку ряду. Радикальна ознака Коші збіжності числового ряду. Інтегральна ознака Коші збіжності числового ряду. Знакопочережні ряди. Ознака Лейбніца. Ознака залишку ряду. Знакозмінні ряди. Абсолютна і умовна збіжність.</b>	6



6	<b>Функціональні ряди. Степеневі ряди. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Мажорантні ряди. Властивості рівномірно збіжних рядів. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Мажорантні ряди. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів.</b>	6
7	<b>Ряди Тейлора й Маклорена. Розкладання елементарних функцій у степеневі ряди. Ряди Тейлора й Маклорена. Розкладання функцій у степеневі ряди: а) <math>f(x) = \sin x</math>; б) <math>f(x) = \cos x</math>; в) <math>f(x) = e^x</math>; г) <math>f(x) = (1-x)^m</math>. Властивості степеневих рядів. Розкладання функцій у степеневі ряди з використанням їх властивостей: а) <math>f(x) = \arctg x</math>; б) <math>f(x) = \arcsin x</math>; в) <math>f(x) = \ln(1 \pm x)</math>; г) <math>f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}</math>.</b>	4
8	<b>Застосування степеневих рядів до наближених обчислень. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень: а) обчислення визначених інтегралів за допомогою степеневих рядів; б) інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.</b>	4
<b>Разом</b>		<b>40</b>

### 10. Теми практичних (семінарських, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми та питання, що вивчаються	Форми контролю	Кількість годин
1	<b>Знаходження області визначення функції двох змінних. Графічні зображення області визначення функції двох змінних.</b>	комбінована (фронтальна, групова, індивід.)	2
2	<b>Знаходження частинних похідних першого і другого порядку. Знаходження повного диференціалу. Означення частинної похідної. Означення повного диференціалу. Формула повного диференціалу. Частинні похідні другого порядку. Теорема Шварца.</b>	комбінована	4
3	<b>Знаходження частинних похідних від функцій заданих неявно. Як знаходяться частинні похідні від функцій заданих неявно.</b>	комбінована	4
4	<b>Знаходження частинних похідних від складних функцій. Як знаходиться частинна похідна від складної функції.</b>	комбінована	2
5	<b>Екстремум функції двох змінних. Алгоритм знаходження екстремуму функцій двох змінних.</b>	комбінована,	2
6	<b>Знаходження найбільшого і найменшого значен-</b>	комбінована	4

	<b>ня функції двох змінних.</b> Алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значення функції двох змінних в замкненій області.		
7	<b>Знаходження градієнта, похідної за напрямом.</b> <i>Поняття градієнта, похідної за напрямом та формули їх обчислення.</i>	комбінована	2
8	<b>Знаходження дивергенції, ротора.</b> <i>Поняття дивергенції, ротора та формули їх обчислення.</i>	комбінована	2
9	<b>Підготовка до модуля по темі: "Функції двох змінних і елементи теорії поля".</b> ПБК 1.	комбінована, фронтальна	4
10	<b>Числові ряди. Знаходження загального члену ряду. Знаходження сум числових рядів.</b> <i>Основні поняття числових рядів. Поняття збіжності ряду та основні ознаки збіжності.</i>	комбінована	4
11	<b>Знаходження сум числових рядів по отриманій частинній сумі <math>S_n(x)</math>.</b> <i>Для чого знаходяться суми рядів? Чи можна дослідити ряд не знаходячи його суми? Які існують способи знаходження сум рядів?</i>	комбінована	2
12	<b>Ознаки порівняння рядів.</b> <i>Скільки існує ознак порівняння рядів? Що з'ясовують за допомогою цих ознак?</i>	комбінована	2
13	<b>Ознака Д'Аламбера, радикальна і інтегральна ознаки Коші.</b> <i>Що загального є в цих ознаках? Яку з цих ознак вживають найчастіше?</i>	комбінована	2
14	<b>Ряди, в яких знаки членів строго чергуються. Ознака Лейбніца.</b> <i>Абсолютна і умовна збіжність ряду. Для яких рядів застосовується ознака Лейбніца? Дати алгоритм дослідження ряду на абсолютну і умовну збіжність. Для чого потрібно знати залишок в знакопозначеному ряді?</i>	комбінована	2
15	<b>Знаходження інтервалу збіжності функціонального ряду.</b> <i>Означення інтервалу збіжності функціонального ряду. За допомогою яких ознак знаходять інтервал збіжності? Чому може дорівнювати інтервал збіжності?</i>	комбінована	2
16	<b>Степеневі ряди. Інтервал і область збіжності степеневих рядів.</b> <i>Чим відрізняється інтервал збіжності від області збіжності степеневих рядів? Яку теорему застосовують для визначення інтервалу збіжності степеневих рядів?</i>	комбінована	2
17	<b>Інтервал і область збіжності степеневих рядів.</b> <i>Які ознаки застосовують при знаходженні інтервалу і радіусу збіжності степеневих рядів?</i>	комбінована	2
18	<b>Інтервал і область збіжності степеневих рядів.</b> <i>Чи</i>	комбінована	2

	<i>може інтервал збіжності степеневого ряду зводитися до нуля або до нескінченності?</i>		
19	<b>Розкладання елементарних функцій в ряди Тейлора і Маклорена. Що застосовується при розкладанні елементарних функцій в степеневі ряди? З якою метою проводять розкладання функцій в ряди?</b>	комбінована	4
20	<b>Розкладання елементарних функцій в ряди Тейлора і Маклорена. Розкладання елементарних функцій в ряди Тейлора і Маклорена з застосуванням властивостей степеневих рядів.</b>	комбінована	2
21	<b>Наближені обчислення за допомогою степеневих рядів. Які наближені обчислення проводяться за допомогою степеневих рядів. Алгоритм наближеного обчислення за допомогою степеневого ряду.</b>	комбінована	2
22	<b>Знаходження сум степеневих рядів. Які існують методи для знаходження сум степеневих рядів? На чому ці методи базуються?</b>	комбінована	4
23	<b>Оглядове заняття по темі: "Числові і степеневі ряди". ПБК 2.</b>	комбінована, фронтальна	2
<b>Разом</b>			<b>60</b>

## 11. Самостійна робота

### Теми для самостійного опрацювання

№ з/п	Теми і перелік питань, що винесені на самостійне вивчення
1	<b>Функції багатьох змінних. Область визначення лінії і поверхні рівня. Поверхні 2-го порядку. Частинні похідні першого порядку. Повний диференціал. Частинні похідні вищих порядків.</b>
2	<b>Похідна складної функції. Повний диференціал. Похідна від функції заданої неявно. Екстремум функції декількох змінних. Достатня умова існування екстремуму. Алгоритм знаходження екстремуму функції двох змінних. Алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значення функції двох змінних в замкненій області.</b>
3	<b>Елементи теорії поля. Дивергенція та ротор. Потенціальне і соленоїдальне поля.</b>
4	<b>Числові ряди. Поняття збіжності ряду. Необхідні умови збіжності. Достатні ознаки збіжності: ознаки порівняння і Д'Аламбера. Достатні ознаки збіжності: ознаки порівняння. Ознака Д'Аламбера.</b>
5	<b>Радикальна ознака Коші збіжності числового ряду. Інтегральна ознака збіжності. Знакопочережні ряди. Ознака Лейбніца. Ознака залишку ряду. Знакопочережні ряди. Ознака Лейбніца. Ознака залишку ряду. Знакоз-</b>

	<i>мінні ряди. Абсолютна і умовна збіжність.</i>
6	<b>Функціональні ряди. Степеневі ряди. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Мажорантні ряди. Властивості рівномірно збіжних рядів. Мажорантні ряди. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів.</b>
7	<b>Ряди Тейлора й Маклорена. Розкладання елементарних функцій у степеневі ряди. Властивості степеневих рядів. Розкладання функцій у степеневі ряди з використанням їх властивостей:</b> а) $f(x) = \operatorname{arctg} x$ ; б) $f(x) = \arcsin x$ ; в) $f(x) = \ln(1 \pm x)$ ; г) $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ .
8	<b>Застосування степеневих рядів до наближених обчислень. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень:</b> б) інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.

## 12. Методи навчання

1. Словесні: лекція, бесіда, пояснення.
2. Наочні: демонстрація, ілюстрація.
3. Практичні: вправи, практичні роботи, дослідні роботи.
4. Проблемні лекції.
5. Розв'язування задач, творчих завдань.
6. Робота в Інтернеті.
7. Складання графічних схем.
8. Робота в малих групах.
9. Семінари-дискусії.
10. Мозкові атаки.
11. Презентації.

## 13. Методи і форми

1. Усне опитування.
2. Письмовий контроль.
3. Тестування.
4. Екзамен.

## 14. Література Основна

1. Шкіль, М.І. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. [Текст] /М.І. Шкіль. – К.: Вища шк., 2005.– Ч.1 – 447 с, 2005. – Ч.2 – 510 с.
2. Дубовик, В. П. Вища математика: навч. посібник [Текст] /В.П. Дубовик, І.І. Юрик – К.: А. С. К., 2006. – 648 с.
3. Кудрявцев, Л. Д. Математический анализ: учеб. для вузов в 2-ч. [Текст] /Л.Д. Кудрявцев. – М.: Высш. шк., 1970. – Т.1. – 1970. – 588 с.; Т.2. – 1973. – 470 с.

4. Рубцов, М.О. Вища математика: навч. посіб.: у 2-х ч., Ч.2. [Текст] / М.О. Рубцов, В.І. Кравець, О.П. Назарова. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького – 2015. – 222 с.

### **Додаткова**

1. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. пособ. для ВТУЗов [Текст] / Н.С. Пискунов. – М.: Наука, 1985 – т.1. – 456 с.
2. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов [Текст] / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – 2–е изд., перераб. и док. – М.: ЮНИТИ, 2002 – 471 с.
3. Гусак, А.А. Задачи и упражнения по высшей математике. Для вузов. 2-е изд., перераб.: у 2-х ч., Ч.1. [Текст] / А.А. Гусак. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 247 с.
4. Назарова, О.П. Індивідуальні завдання з вищої математики: Нав. Посібник [Текст] / Назарова О.П., Рубцов М.О., Іщенко О.А. – Мелітополь: ТОВ «Видавничий будинок ММД», 2011. – 238 с.

### **15. Інформаційні ресурси:**

1. Навчальний план і навчальна програма;
2. Інтернет ресурси;
3. Бібліотека МДПУ.